**GIẢI BÀI TẬP TOÁN RỜI RẠC 2 – CHƯƠNG 4**

**Câu hỏi 1**

Cho đồ thị G = <V, E> gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | **0** | 20 | 5 | 17 | ∞ | ∞ | ∞ |
| 2 | 20 | **0** | ∞ | 1 | ∞ | ∞ | 1 |
| 3 | 5 | ∞ | **0** | 25 | 3 | 10 | ∞ |
| 4 | 17 | 1 | 25 | **0** | 15 | ∞ | ∞ |
| 5 | ∞ | ∞ | 3 | 15 | **0** | 1 | ∞ |
| 6 | ∞ | ∞ | 10 | ∞ | 1 | **0** | 1 |
| 7 | ∞ | 1 | ∞ | ∞ | ∞ | 1 | **0** |

1. Sử dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 1 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.
2. Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7 của đồ thị G đã cho.

**Giải**

**a) Sử dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 1:**

Số đỉnh n = 7 ; s = 1.

**Lập bảng** :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bước** | **d[1]|e[1]** | **d[2]|e[2]** | **d[3]|e[3]** | **d[4]|e[4]** | **d[5]|e[5]** | **d[6]|e[6]** | **d[7]|e[7]** | **Đỉnh được gán nhãn** |
| 1 | **0 | 0** | 20 | 1 | 5 | 1 | 17 | 1 | ∞ | 1 | ∞ | 1 | ∞ | 1 | 1 |
| 2 |  | 20 | 1 | **5 | 1** | 17 | 3 | 8 | 3 | 15| 3 | ∞ | 1 | 3 |
| 3 |  | 20 | 1 |  | 17 | 1 | **8 | 3** | 9| 5 | ∞ | 1 | 5 |
| 4 |  | 20 | 1 |  | 17 | 1 |  | **9| 5** | 10 | 6 | 6 |
| 5 |  | 11 | 7 |  | 17 | 1 |  |  | **10 | 6** | 7 |
| 6 |  | **11 | 7** |  | 12 | 2 |  |  |  | 2 |
| 7 |  |  |  | **12 | 2** |  |  |  | 4 |

**b) Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7**

s = 1; t = 7 :

Đường đi ngắn nhất từ 1 đến 7: 7 ← 6 ← 5 ←3 ← 1 với độ dài d[7]= 10.

**c) Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 4**:

s = 1; t = 4 :

Đường đi ngắn nhất từ 1 đến 4: 4 ←2←7 ← 6 ← 5 ←3 ← 1 với độ dài d[4]= 12.

**Câu hỏi 2**

Cho đồ thị G = <V, E> gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 0 | 10 | 15 | 20 | 60 | 1 | ∞ |
| 2 | ∞ | 0 | 3 | ∞ | ∞ | ∞ | 30 |
| 3 | ∞ | ∞ | 0 | 25 | 1 | ∞ | 45 |
| 4 | ∞ | 10 | 25 | 0 | 35 | ∞ | ∞ |
| 5 | ∞ | 2 | 3 | ∞ | 0 | 1 | 3 |
| 6 | ∞ | ∞ | 1 | 1 | ∞ | 0 | 25 |
| 7 | ∞ | 1 | ∞ | 30 | ∞ | 1 | 0 |

1. Sử dụng dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 7 đến đỉnh 4 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.
2. Sử dụng dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 5 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

**Câu hỏi 3**

Cho đồ thị G = <V, E> gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 0 | 15 | ∞ | ∞ | ∞ | 1 | 39 |
| 2 | ∞ | 0 | 2 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| 3 | ∞ | ∞ | 0 | 2 | 10 | ∞ | ∞ |
| 4 | ∞ | 7 | ∞ | 0 | ∞ | ∞ | 5 |
| 5 | ∞ | -2 | ∞ | 4 | 0 | ∞ | ∞ |
| 6 | ∞ | 14 | ∞ | ∞ | -5 | 0 | 20 |
| 7 | 2 | 2 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 0 |

1. Sử dụng thuật toán Bellman-Ford, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 1 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán
2. Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7 của đồ thị G đã cho.

**Giải**

**a) Sử dụng thuật toán Bellman-Ford, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 1:**

Số đỉnh n = 7; s = 1.

**Liệt kê cạnh nối đến các đỉnh** :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** |
| 7 → 1 (2) | 1 → 2 (15)  4 → 2 (7)  5 → 2 (-2)  6 → 2 (14)  7 → 2 (2) | 2 → 3 (2) | 3 → 4 (2)  5 → 4 (4) | 3 → 5 (10)  6 → 5 (-5) | 1 → 6 (1) | 1 → 7 (39)  4 → 7 (5)  6 → 7 (20) |

**Lập bảng** :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bước** | **d[1]|e[1]** | **d[2]|e[2]** | **d[3]|e[3]** | **d[4]|e[4]** | **d[5]|e[5]** | **d[6]|e[6]** | **d[7]|e[7]** | **ok ?** |
| Khởi tạo | **0 | 0** | 15 | 1 | ∞ | 1 | ∞ | 1 | ∞ | 1 | 1 | 1 | 39 | 1 | 0 |
| 1 | **0 | 0** | 15 | 1 | 17 | 2 | 19 | 3 | -4 | 6 | 1 | 1 | 21 | 6 | 0 |
| 2 | **0 | 0** | -6 | 5 | -4 | 2 | -2 | 3 | -4 | 6 | 1 | 1 | 3 | 4 | 0 |
| 3 | **0 | 0** | -6 | 5 | -4 | 2 | -2 | 3 | -4 | 6 | 1 | 1 | 3 | 4 | 1 |

**b) Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7**

s = 1; t = 7 :

Đường đi ngắn nhất từ 1 đến 7: 7 ← 4 ← 3 ← 2 ← 5 ← 6 ← 1 với độ dài d[7]= 3.

**Câu hỏi 4**

Cho đồ thị G = <V, E> gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 0 | 25 | ∞ | 27 | ∞ | 30 | ∞ |
| 2 | 25 | 0 | ∞ | ∞ | 1 | ∞ | 15 |
| 3 | ∞ | ∞ | 0 | 15 | 3 | 1 | ∞ |
| 4 | 27 | ∞ | 15 | 0 | 25 | ∞ | ∞ |
| 5 | ∞ | 1 | 3 | 25 | 0 | ∞ | ∞ |
| 6 | ∞ | ∞ | 1 | ∞ | ∞ | 0 | 1 |
| 7 | ∞ | 15 | ∞ | ∞ | ∞ | 1 | 0 |

1. Sử dụng thuật toán Bellman-Ford, tìm đường đi ngắn nhất xuất phat từ đỉnh 2 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán
2. Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 2 đến đỉnh 6 của đồ thị G đã cho.

**Giải**

**a) Sử dụng thuật toán Bellman-Ford, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 2:**

Số đỉnh n = 7 ; s = 2.

**Liệt kê cạnh nối đến các đỉnh** :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** |
| 2 → 1 (25)  4 → 1 (27) | 1 → 2 (25)  5 → 2 (1)  7 → 2 (15) | 4 → 3 (15)  5 → 3 (3)  6 → 3 (1) | 1 → 4 (27)  3 → 4 (15)  5 → 4 (25) | 2 → 5 (1)  3 → 5 (3)  4 → 5 (25) | 1 → 6 (30)  3 → 6 (1)  7 → 6 (1) | 2 → 7 (15)  6 → 7 (1) |

**Lập bảng** :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bước** | **d[1]|e[1]** | **d[2]|e[2]** | **d[3]|e[3]** | **d[4]|e[4]** | **d[5]|e[5]** | **d[6]|e[6]** | **d[7]|e[7]** | **ok ?** |
| Khởi tạo | 25 | 2 | **0 | 0** | ∞ | 2 | ∞ | 2 | 1 | 2 | ∞ | 2 | 15 | 2 | 0 |
| 1 | 25 | 2 | **0 | 0** | 4 | 5 | 19 | 3 | 1 | 2 | 5 | 3 | 6 | 6 | 0 |
| 2 | 25 | 2 | **0 | 0** | 4 | 5 | 19 | 3 | 1 | 2 | 5 | 3 | 6 | 6 | 1 |

**b) Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 2 đến đỉnh 7**

s= 2; t= 7 :

Đường đi ngắn nhất từ 2 đến 7: 7 ← 6 ← 3 ← 5 ← 2 với độ dài d[7]= 6.

**Câu hỏi 5**

Cho đồ thị G = <V, E> gồm 6 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | **0** | 15 | 5 | 20 | ∞ | ∞ |
| 2 | 1 | **0** | ∞ | 17 | 10 | ∞ |
| 3 | ∞ | ∞ | **0** | 2 | ∞ | 50 |
| 4 | 15 | 1 | ∞ | **0** | ∞ | 70 |
| 5 | 20 | 30 | ∞ | 10 | **0** | 10 |
| 6 | ∞ | 18 | ∞ | 23 | 20 | **0** |

1. Sử dụng thuật toán Floyd, tìm đường đi ngắn nhất giữa các đỉnh của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán
2. Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh (1, 2), (2, 1) và (3, 4) của đồ thị G đã cho.

**Giả**i

**a) Sử dụng thuật toán Floyd, tìm đường đi ngắn nhất giữa các đỉnh của đồ thị G**:

Số đỉnh n = 6.

**Lập bảng:**

Khởi tạo:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0|1 | 15|1 | 5|1 | 20|1 | ∞|1 | ∞|1 |
| 2 | 1|2 | 0|2 | ∞|2 | 17|2 | 10|2 | ∞|2 |
| 3 | ∞|3 | ∞|3 | 0|3 | 2|3 | ∞|3 | 50|3 |
| 4 | 15|4 | 1|4 | ∞|4 | 0|4 | ∞|4 | 70|4 |
| 5 | 20|5 | 30|5 | ∞|5 | 10|5 | 0|5 | 10|5 |
| 6 | ∞|6 | 18|6 | ∞|6 | 23|6 | 20|6 | 0|6 |

**k = 1:**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0|1 | 15|1 | 5|1 | 20|1 | ∞|1 | ∞|1 |
| 2 | 1|2 | 0|2 | 6|1 | 17|2 | 10|2 | ∞|2 |
| 3 | ∞|3 | ∞|3 | 0|3 | 2|3 | ∞|3 | 50|3 |
| 4 | 15|4 | 1|4 | 20|1 | 0|4 | ∞|4 | 70|4 |
| 5 | 20|5 | 30|5 | 25|1 | 10|5 | 0|5 | 10|5 |
| 6 | ∞|6 | 18|6 | ∞|6 | 23|6 | 20|6 | 0|6 |

k = 2:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0|1 | 15|1 | 5|1 | 20|1 | 25|2 | ∞|1 |
| 2 | 1|2 | 0|2 | 6|1 | 17|2 | 10|2 | ∞|2 |
| 3 | ∞|3 | ∞|3 | 0|3 | 2|3 | ∞|3 | 50|3 |
| 4 | 2|2 | 1|4 | 7|2 | 0|4 | 11|2 | 70|4 |
| 5 | 20|5 | 30|5 | 25|1 | 10|5 | 0|5 | 10|5 |
| 6 | 19|2 | 18|6 | 24|2 | 23|6 | 20|6 | 0|6 |

k = 3:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0|1 | 15|1 | 5|1 | 7|3 | 25|2 | 55|3 |
| 2 | 1|2 | 0|2 | 6|1 | 8|3 | 10|2 | 56|3 |
| 3 | ∞|3 | ∞|3 | 0|3 | 2|3 | ∞|3 | 50|3 |
| 4 | 2|2 | 1|4 | 7|2 | 0|4 | 11|2 | 57|3 |
| 5 | 20|5 | 30|5 | 25|1 | 10|5 | 0|5 | 10|5 |
| 6 | 19|2 | 18|6 | 24|2 | 23|6 | 20|6 | 0|6 |

k = 4:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0|1 | 8|4 | 5|1 | 7|3 | 18|4 | 55|3 |
| 2 | 1|2 | 0|2 | 6|1 | 8|3 | 10|2 | 56|3 |
| 3 | 4|4 | 3|4 | 0|3 | 2|3 | 13|4 | 50|3 |
| 4 | 2|2 | 1|4 | 7|2 | 0|4 | 11|2 | 57|3 |
| 5 | 12|4 | 11|4 | 17|4 | 10|5 | 0|5 | 10|5 |
| 6 | 19|2 | 18|6 | 24|2 | 23|6 | 20|6 | 0|6 |

k = 5:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0|1 | 8|4 | 5|1 | 7|3 | 18|4 | 28|5 |
| 2 | 1|2 | 0|2 | 6|1 | 8|3 | 10|2 | 20|5 |
| 3 | 4|4 | 3|4 | 0|3 | 2|3 | 13|4 | 23|5 |
| 4 | 2|2 | 1|4 | 6|2 | 0|4 | 11|2 | 21|5 |
| 5 | 12|4 | 11|4 | 17|4 | 10|5 | 0|5 | 10|5 |
| 6 | 19|2 | 18|6 | 24|2 | 23|6 | 20|6 | 0|6 |

k = 6:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0|1 | 8|4 | 5|1 | 7|3 | 19|4 | 28|5 |
| 2 | 1|2 | 0|2 | 6|1 | 8|3 | 10|2 | 20|5 |
| 3 | 4|4 | 3|4 | 0|3 | 2|3 | 13|4 | 23|5 |
| 4 | 2|2 | 1|4 | 6|2 | 0|4 | 11|2 | 21|5 |
| 5 | 12|4 | 11|4 | 17|4 | 10|5 | 0|5 | 10|5 |
| 6 | 19|2 | 18|6 | 24|2 | 23|6 | 20|6 | 0|6 |

b) Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh (1, 2), (2, 1) và (3, 4) của đồ thị G đã cho:

Đường đi ngắn nhất từ i = 1 đến j = 2: 2 ← 4 ← 3 ← 1 với độ dài d[1][2] = 8.

Đường đi ngắn nhất từ i = 2 đến j = 1: 1 ← 2 với độ dài d[2][1] = 1.

Đường đi ngắn nhất từ i = 3 đến j = 4: 4 ← 3 với độ dài d[3][4] = 2.

**Câu hỏi 6**

Cho đồ thị G = <V, E> gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 0 | 15 | ∞ | ∞ | ∞ | 1 | 39 |
| 2 | ∞ | 0 | 2 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| 3 | ∞ | ∞ | 0 | 2 | 10 | ∞ | ∞ |
| 4 | ∞ | 7 | ∞ | 0 | ∞ | ∞ | 5 |
| 5 | ∞ | -2 | ∞ | 4 | 0 | ∞ | ∞ |
| 6 | ∞ | 14 | ∞ | ∞ | -5 | 0 | 20 |
| 7 | 2 | 2 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 0 |

1. Sử dụng thuật toán Floyd, tìm đường đi ngắn nhất giữa các đỉnh của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán
2. Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh (1, 2), (1, 6) và (5, 6) của đồ thị G đã cho.